					NAME	CHRISTOPH GRERER
3. Test			Summe		NAME	CHRISTOPH GRERER
06.05.2014					Matr.nr.	1326441

1. Eine Fläche Φ im $\mathbb{R}^3$ ist gegeben durch die Graphdarstellung

$$x(u,v) = \left(u, v, \frac{v^2}{u}\right)^T, u \in \mathbb{R}^+, v \in \mathbb{R}.$$

Berechnen Sie im Punkt $P = x(1,2)$ die Gleichung der Tangentialebene τ_P von Φ. **(3)**

2. Gegeben ist eine Kurve c im $\mathbb{R}^3$ durch $\boldsymbol{x}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ mit

$$\boldsymbol{x}(t) := \begin{pmatrix} t - t^3/3 \\ t^2 \\ t + t^3/3 \end{pmatrix}.$$

(a) Eine Ebene ε ist gegeben durch die Gleichung $-3x + y - 3z = 0$. Bestimmen Sie jenen Punkt $P = \boldsymbol{x}(t_0)$ von c, dessen Tangente g_P **parallel** zur Ebene ε ist (Skizze!).
Geben Sie eine Parameterdarstellung der Tangente g_P an. **(2)**

(b) Berechnen Sie die Bogenlänge der Kurve c von $\boldsymbol{x}(1)$ nach $\boldsymbol{x}(2)$. **(2)**
Hinweis: Es ist $\|\dot{\mathbf{x}}(t)\|^2 = 2(??)^2$.

a): ε $-3x + y - 3z = 0$ $\quad \vec{n}_\varepsilon = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\to$ FORTSETZUNG HINTEN

b) BOGENLÄNGE VON $x(1)$ NACH $x(2)$

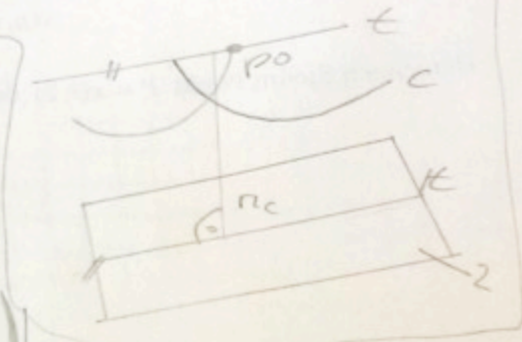
$L_a^b(x) = \int_1^2 \|\dot{x}(t)\| \, dt$

$L_a^b(x) = \int_1^2 \sqrt{(1-t)^2 + 4t^2 + (1+t^2)} = \int_1^2 (t^2+1) \, dt =$

$\dots \frac{7\sqrt{2}}{} + \sqrt{2} = \frac{10\sqrt{2}}{}$

zu b) $\|\dot{x}(t)\|^2 =$
$= 1 - 2t^2 + t^4 + 4t^2 + 1 + 2t^2 + t^4 =$
$= 2t^4 + 4t^2 + 2$
$= 2(t^4 + 2t^2 + 1$

zu a) SKIZZE:



zu a) ? $P = x(t_0) \in c$, TANGENTE // zu ε

$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix}1-t^2\\ 2t\\ 1+t^2\end{pmatrix}$ $\vec{n}_\varepsilon \cdot \dot{x}(t_0) = 0$

$-3+3t^2+2t-3-3t^2=0$ $\underline{2t=6}$ $t=3$

$P = x(3) = \begin{pmatrix}-6\\ 9\\ 12\end{pmatrix}$

$\dot{x}(3) = \begin{pmatrix}-8\\ 6\\ 10\end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix}-4\\ 3\\ 5\end{pmatrix}$ $g_P: X = \begin{pmatrix}-6\\ 9\\ 12\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}-4\\ 3\\ 5\end{pmatrix}$

3. Das Polynom $F(x,y) = x^3 + xy^2 - 5x^2 - 5y^2 - 25x + 125$ bestimmt durch $F(x,y) = 0$ eine algebraische Kurve *c*.

(a) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von *c*, mit der Geraden $x = 3$. **(1)**

(b) Berechnen Sie in einem der Punkte aus **(a)** die Gleichung der Tangente an *c*. **(2)**

a) P(